

文章编号: 1000-7598(2010)06-1853-06

吸力强度修正对数模型在地基承载力中的应用

马少坤^{1,3}, 黄茂松^{2,3}, 扈萍⁴, 秦会来^{2,3}

(1. 广西大学 土木建筑工程学院, 南宁 530004; 2. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092;
3. 同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092; 4. 济南大学 土木建筑学院, 济南 250022)

摘要: 为准确反映非饱和土中吸力对抗剪强度的影响规律, 提出了吸力强度修正对数模型。与国内外试验结果相比, 发现该模型在低吸力范围内与以往的模型有很好的同一性, 而在高吸力范围内有着更大的优越性。该模型中各参数物理意义更为明确, 与土-水特征曲线的特征值的关系更为紧密, 通过引入参数 b 能更好地模拟具有不同特征残余值的土体。将该修正对数模型引入到地基承载力的分析中, 发现饱和度对地基承载力的影响显著, 吸力的存在能大大地提高承载力, 并且饱和度越低, 递增的速率也越大。

关键词: 地基极限承载力; 非饱和土; 吸力强度; 抗剪强度; 刚性基础

中图分类号: TU 470

文献标识码: A

Application of modified logarithmic model for suction strength to bearing capacity of subsoil

MA Shao-kun^{1,3}, HUANG Mao-song^{2,3}, HU Ping⁴, QIN Hui-lai^{2,3}

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Guangxi University, Nanning 530004, China; 2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China; 4. Department of Civil Engineering, University of Jinan, Jinan 250022, China)

Abstract: In order to reflect the law on shear strength with respect to matric suction in unsaturated soil, a modified logarithmic model is presented. Through comparisons between some important test results at home and abroad, it can be found that the modified logarithmic model is identical with others in low suction range while it has obvious advantages than others in high suction range. In this modified logarithmic model, parameters have explicit physical meanings, and intrinsic characteristics of soil-water characteristic curve can be reflected. Various kinds of soils with different residual values can be modeled well by introducing the parameter named b . The modified logarithmic model is used to analyze the bearing capacity of subsoil under drained condition. The bearing capacity is influenced obviously by water saturation degree. Suction can increase the bearing capacity significantly. The rate of increment increases with the reduction of saturation degree.

Key words: ultimate bearing capacity; unsaturated soil; suction strength; shear strength; rigid foundation

1 引言

在预测边坡和堤坝及路基的稳定性和地基承载力时, 必须要用到土的抗剪强度值。Mohr-Coulomb 理论是根据有效应力理论来计算饱和土的抗剪强度。而实际工程中土体通常是处于非饱和状态, 传统的做法依然还是采用饱和土的力学参数, 这种处理方法忽略了吸力对抗剪强度的有利影响, 而实际上有时哪怕是低吸力也对边坡的稳定起决定作用^[1]。近年来, 不少学者通过引入吸力强度来预测非饱和

土的抗剪强度, 如通过土-水特征曲线预测非饱和土的强度^[2-4], 但公式中参数的确定是一个复杂的、耗时的过程。因此, 许多学者采用可以直接根据吸力而得到的抗剪强度经验公式^[5-8], 上述公式中都是含有吸力项的, 反映吸力对强度的贡献。

2 非饱和土抗剪强度的经验公式

非饱和土抗剪强度的理论研究已有 40 年的历史, 它是从饱和土 Mohr-Coulomb 准则扩展而来, 目前有两类公式被广泛接受:

收稿日期: 2008-12-16

基金项目: 西部交通建设科技项目 (No. 200431822311); 广西大学科研基金项目 (No. x071069)。

第一作者简介: 马少坤, 男, 1972 年生, 博士, 主要从事地基承载力方面的研究。E-mail: mashaokun@sina.com

(1) Bishop 公式^[9]

$$\tau = c' + (\sigma_n - u_a) \tan \varphi' + \chi(u_a - u_w) \tan \varphi' \quad (1)$$

式中: c' 、 φ' 分别为有效凝聚力 and 有效内摩擦角; u_a 、 u_w 分别为孔隙气压和孔隙水压力; χ 为与饱和度有关的参数。Bishop 理论已为许多学者接受, 但由于吸力及参数 χ 不易测定, 所以未能得到广泛应用。

(2) Fredlund 公式^[10]

$$\tau = c' + (\sigma_n - u_a) \tan \varphi' + (u_a - u_w) \tan \varphi^b \quad (2)$$

式中: φ^b 为一常数。后期研究表明 φ^b 并不是常数, 它随吸力非线性增长, 它在吸力很小时 (即小于进气值) 与 φ' 相等, 随着吸力增大逐渐减小, 在吸力很大时趋于稳定^[4, 9-15]。Fredlund 理论虽然同样得到国际的公认和局部采用, 但由于吸力测量和 φ^b 的测定技术相当繁杂, 且把 φ^b 看作常数是不符合实际情况的, 因而未能在工程中大量应用。从式 (1)、

(2) 中可以看出, 非饱和土的抗剪强度除了像饱和土与 c' 、 φ' 及法向应力有关外, 还与吸力有关。吸力引起的这一部分强度记为 τ_s , 称作吸力强度, 则式 (1)、(2) 可改写为

$$\tau_f = c' + (\sigma_n - u_a) \tan \varphi' + \tau_s \quad (3)$$

τ_s 可以看作是非饱和土的总凝聚力 c_{total} 的一部分, 即

$$c_{\text{total}} = c' + \tau_s \quad (4)$$

近年来, 不少学者提出一些关于确定吸力强度的实用方法。

Miao 等^[6]采用双曲线模型:

$$\tau_s = \frac{a(u_a - u_w)}{1 + \frac{(1-a)}{P_{\text{at}}}(u_a - u_w)} \quad (5)$$

式中: $(u_a - u_w)$ 为基质吸力; a 为土样参数; P_{at} 为大气压。

Tekinsoy 等^[7]采用对数模型:

$$\tau_s = \tan \varphi' \left[(u_a - u_w)_e + P_{\text{at}} \right] \ln \left[\frac{(u_a - u_w)_e + P_{\text{at}}}{P_{\text{at}}} \right] \quad (6)$$

式中: $(u_a - u_w)_e$ 表示进气值。

3 吸力强度修正对数模型及验证

根据学者以往的试验结果可知, 吸力强度与吸力并非直线关系, 而在 $(\tau_s, \ln(u_a - u_w))$ 平面中几乎呈线性关系, 考虑到 $(u_a - u_w) = 0$ 时, $\ln(u_a - u_w)$ 奇异, 故把 $(\tau_s, \ln(u_a - u_w))$ 平面平移到 $(\tau_s,$

$\ln[(u_a - u_w) + P_{\text{at}}])$ 平面, 于是设 τ_s 和 $(u_a - u_w)$ 的关系式为

$$\tau_s = m \ln[(u_a - u_w) + P_{\text{at}}] + n \quad (7)$$

考虑到 $(u_a - u_w)$ 无限大时, τ_s 并不随 $(u_a - u_w)$ 无限增大, 特别在接近残余含水率时, τ_s 基本趋于稳定甚至减少。故上式右边乘以一个系数 $c[(u_a - u_w)]$, 修正为

$$\tau_s = c[(u_a - u_w)] \{ m \ln[(u_a - u_w) + P_{\text{at}}] + n \} \quad (8)$$

其中:

$$c[(u_a - u_w)] = \left\{ 1 - \frac{\ln \left[1 + \frac{(u_a - u_w)}{b} \right]}{\ln \left(1 + \frac{10^7}{b} \right)} \right\}^2 \quad (9)$$

式中: b 为与残余含水率对应的吸力相关参数。对于黏土, 取 $b = 1500$; 对于砂、粉土、片石或它们的混合物, 取 $b = 200$ 。

由 $(u_a - u_w) = 0$, $\tau_s = 0$, 可以得到:

$$n = -m \ln P_{\text{at}} \quad (10)$$

把式 (10) 代入 (8), 得

$$\tau_s = c[(u_a - u_w)] m \ln \left[\frac{(u_a - u_w) + P_{\text{at}}}{P_{\text{at}}} \right] \quad (11)$$

为得到 m , 把式 (11) 两边对 $(u_a - u_w)$ 求偏导:

$$\frac{d\tau_s}{d(u_a - u_w)} = \frac{m}{(u_a - u_w) + P_{\text{at}}} c[(u_a - u_w)] + m \ln \left[\frac{(u_a - u_w) + P_{\text{at}}}{P_{\text{at}}} \right] \frac{dc[(u_a - u_w)]}{d(u_a - u_w)} = \tan \varphi^b \quad (12)$$

其中:

$$\frac{dc[(u_a - u_w)]}{d(u_a - u_w)} = -\frac{1}{\ln \left(1 + \frac{10^7}{b} \right)} \cdot \frac{1}{b + (u_a - u_w)} \times 2 \left\{ 1 - \frac{\ln \left[1 + \frac{(u_a - u_w)}{b} \right]}{\ln \left(1 + \frac{10^7}{b} \right)} \right\} \quad (13)$$

取 $(u_a - u_w) = (u_a - u_w)_e$, 由于远小于 10^7 , 故

$$\left\{ 1 - \frac{\ln \left[1 + \frac{(u_a - u_w)_e}{b} \right]}{\ln \left(1 + \frac{10^7}{b} \right)} \right\} \approx 1, \quad c[(u_a - u_w)_e] \approx 1。$$

由 (13) 可知:

$$\frac{dc[(u_a - u_w)]}{d(u_a - u_w)} \ll \frac{1}{(u_a - u_w) + P_{at}} \quad (14)$$

这样, 式 (14) 可以简化成:

$$\frac{d\tau_s}{d(u_a - u_w)} = \frac{m}{(u_a - u_w) + P_{at}} = \tan \varphi^b \quad (15)$$

由于当 $(u_a - u_w) = (u_a - u_w)_c$ 时, φ^b 基本等于 φ' , 故可得

$$m = \tan \varphi' [(u_a - u_w)_c + P_{at}] \quad (16)$$

这样, 式 (11) 可以变成:

$$\tau_s = c[(u_a - u_w)] \tan \varphi' [(u_a - u_w)_c + P_{at}] \times \ln \left[\frac{(u_a - u_w) + P_{at}}{P_{at}} \right] \quad (17)$$

其中:

$$c[(u_a - u_w)] = \left\{ 1 - \frac{\ln \left[1 + \frac{(u_a - u_w)}{b} \right]}{\ln \left(1 + \frac{10^7}{b} \right)} \right\}^2 \quad (18)$$

图 1 为 Miao 等^[6]的双曲线模型, Tekinsoy 等^[7]的对数模型和本文提出的修正对数模型对 Miao 等^[6]试验所用的南阳膨胀土在吸力 1~100 000 kPa 范围内进行吸力强度预测。可以看出, 3 种模型在 0~1 000 kPa 范围非常相近。Tekinsoy 等^[7]的对数模型在低吸力时与试验结果吻合较好, 但抗剪强度随吸力无限增大显然与实际情况不符合, 同时方程中没有与残余含水率所对应的吸力相关的参数, 故该模型仅适合于模拟 0~1 000 kPa。双曲线模型能较好地模拟高吸力下抗剪强度趋于稳定的特性, 但由于参数缺乏明确的物理意义, 难以反映水-土特征曲线的本质特征, 因而在模拟时有时可能会有较大差别。修正的对数模型可以很好地模拟在 0~10 000 kPa 范围内抗剪强度非线性增长直至稳定的特性, 特别适合模拟红黏土, 因为抗剪强度变化规律与 Escario 和 Juca^[5]发现的 Guadalix 红黏土抗剪强度直到 10 000 kPa 均呈递增趋势的规律吻合很好。还可以用来模拟抗剪强度在高吸力后呈下降趋势的情况, 并且在传统意义上的残余吸力 (1 500 kPa) 后, 抗剪强度的增长趋势明显减缓, 这与实际情况非常吻合。

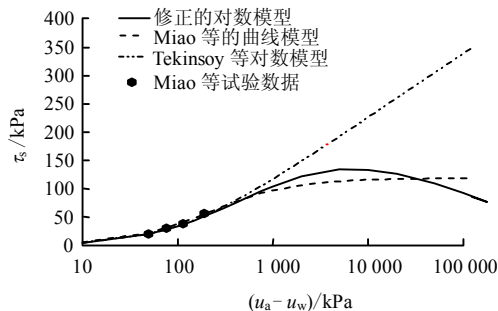


图 1 吸力强度预测图

Fig.1 Prediction of suction strength

下面利用前面提到的几种模型分别对 Miao 等^[6] (2002 年)、Gan 等^[13] (1998 年)、Vanapalli 等^[2] (1996 年)、Gulhati 和 Satija^[11] (1981 年)、Kranh 等 (1989 年)、Kayadelen 等^[3] (2007 年) 试验数据进行模拟, 如图 2~7 所示, 图中没有对 b 标明的, 表示 $b=1\ 500$, 各种土质参数如表 1 所示。

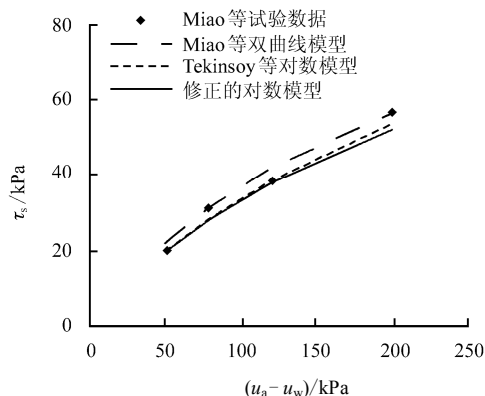


图 2 南阳膨胀土的吸力强度试验值与预测值对比图

Fig.2 Comparison of measured and predicted suction strength values for Nanyang expansive soil

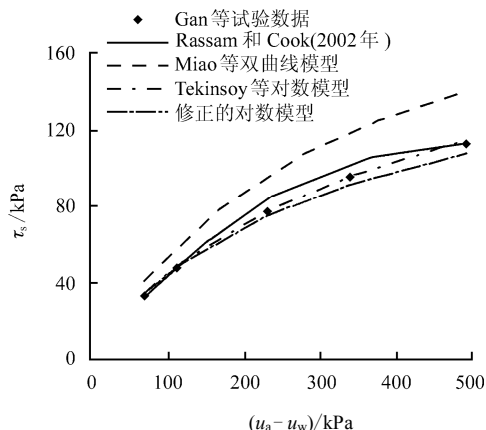


图 3 冰碛土^[13]的吸力强度试验值与预测值对比图

Fig.3 Comparison of measured and predicted suction strength values for glacial till^[13]

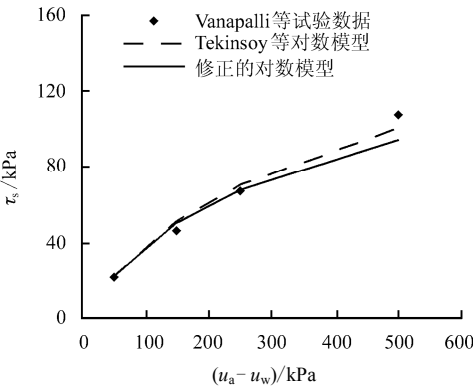


图 4 冰碛土的吸力强度试验值与预测值对比图
Fig.4 Comparison of measured and predicted suction strength values for glacial till^[2]

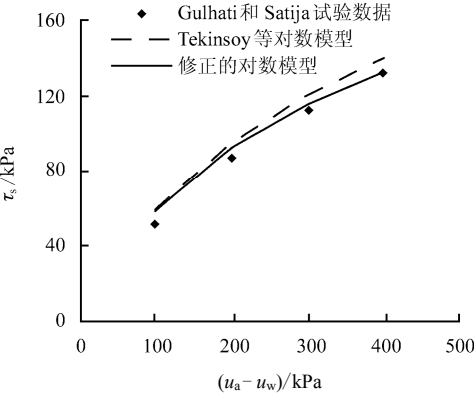


图 5 Guadalix 红黏土的吸力强度试验值与预测值对比图
Fig.5 Comparison of measured and predicted suction strength values for Guadalix red clay

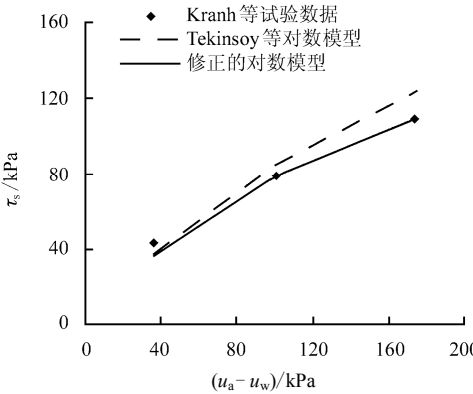


图 6 Notch Hill 粉土的吸力强度试验值与预测值对比图($b=200$)
Fig.6 Comparison of measured and predicted suction strength values for Notch Hill silt

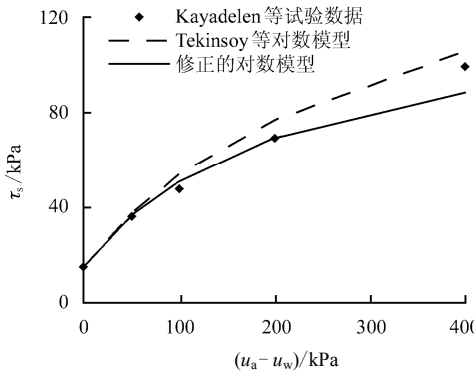


图 7 残积亚黏土的吸力强度试验值与预测值对比图
Fig.7 Comparison of measured and predicted suction strength values for residual clayey soil

表 1 土质物理参数和状态参数

参考文献	土质类型	$\phi'/(^\circ)$	$(u_a - u_w)_e/\text{kPa}$
Miao 等 (2002 年) ^[6]	南阳膨胀土	21.3	25
Vanapalli 等 (1996 年) ^[2]	冰碛土	23.0	32
Krahm 等 (1989 年) ^[16]	Notch Hill 粉土	35.0	75
Gan 等 (1996 年) ^[13]	冰碛土	25.5	35
Gulhati 和 Satija (1981 年) ^[11]	Guadalix 红黏土	28.5	60
Kayadelen 等 (2007 年) ^[17]	黏土	21.9	40

从上面对多个试验数据的模拟可以看出，修正对数模型具有很好的模拟效果，参数物理意义明确。 b 基本上可以取传统意义上的残余饱和度所对应的吸力，即对低残余值的土体（砂、粉土、片石或它们的混合物，吸力通常在 0~200 kPa 范围，Vanapalli, 1996 年）^[2]取 200 kPa，而对于高残余值的土体（黏土，残余段通常在 500~1 500 kPa 之间，Vanapalli, 1996 年）^[2]取 1 500 kPa，符合工程实际的习惯，也对不同土体试验数据的模拟具有相当的灵活性。同时，根据图 5、6 可以看出，在模拟红黏土和粉土相对修正前有明显的优势。

4 修正对数模型在地基承载力中应用

根据前面提出的修正对数模型，拟对基底粗糙的条形刚性基础红黏土地基土（无超载）不同饱和度和时的极限承载力进行分析，共分 5 种情况，即 S_r 分别为 45%、60%、75%、90%、100%，且 $b=5\text{ m}$ ， $\gamma=18.32\text{ kN/m}^3$ ， $c'=18.1\text{ kPa}$ ， $\phi'=24.0^\circ$ ， $(u_a - u_w)_e=8\text{ kPa}$ 。

根据前期云南红黏土土-水特征曲线试验成果，如图 8 所示，可得到各种饱和度对应的吸力如表 2 所示。

条形基础地基极限承载力的计算一般采用 Terzaghi 的近似公式：

$$p_u = \frac{1}{2} \gamma b N_\gamma + \gamma d N_q + c N_c \tag{19}$$

对于非饱和土中地基极限承载力，为考虑吸力的贡献，对上式中黏聚力 c 采用 c_{total} 来代替，即

$$c_{\text{total}} = c' + \tau_s \tag{20}$$

式中: τ_s 为吸力强度。

由式 (18) 计算出吸力强度, 然后利用式 (19) 计算出极限承载力如表 2 所示。

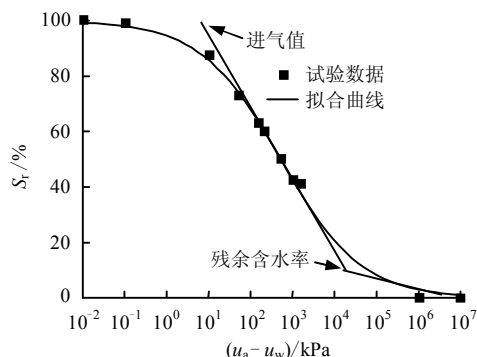


图 8 云南红黏土土-水特征曲线

Fig.8 Soil-water characteristic curve of Yunnan red clay

表 2 不同饱和度下的极限承载力

Table 2 Ultimate bearing capacity of subsoil with respect to water degree of saturation

饱和度 / %	吸力 / kPa	吸力强度 / kPa	c_{total} / kPa	p_u / kPa	相对饱和土提高率
100	0.0	0.0	18.0	777.7	1.0
90	4.2	2.0	19.9	823.9	1.1
75	46.7	18.3	36.3	1 205.5	1.6
60	213.2	53.4	71.4	2 025.7	2.6
45	804.5	96.3	114.3	3 027.7	3.9

图 9 为不同饱和度时的地基极限承载力, 图中 p_{u0} 为饱和土的地基承载力, 可以看出, 随着饱和度减少, 地基承载力随着增加, 并随着饱和度的减少, 其增加的速率也越大。由此可以看出, 在接近残余吸力前, 由于吸力的存在, 地基承载力有显著的提高。

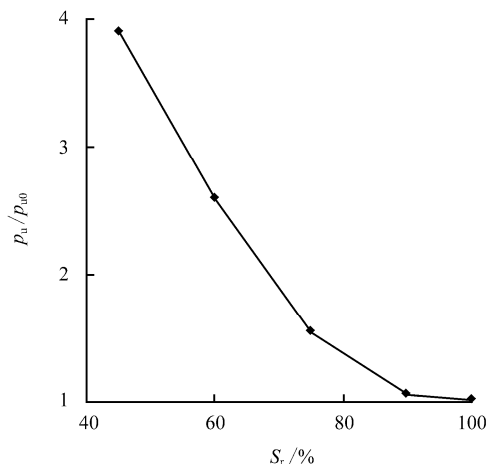


图 9 不同饱和度时的地基极限承载力

Fig.9 Ultimate bearing capacity of subsoil with respect to water degree of saturation

5 结 语

通过对 Tekinsoy 等的对数模型的修正, 在低吸力范围与以往的模型有很好的同一性。可以模拟非饱和进入残余段后土的抗剪强度可能稳定、增加或减少的多种情况, 各参数有更为明确的物理意义, 与土-水特征曲线的特征值的关系更为紧密。通过引入参数 b 能更好地模拟具有不同特征残余值的土体, 特别适合像 Guadalix 红黏土这类高残余值的黏土, 对高进气值土样有更好的模拟效果。把修正对数模型引入地基承载力的分析中, 可以得到饱和度对地基承载力的影响显著, 吸力的存在能大大地提高承载力, 并且饱和度越低, 递增的速率也越大。

参 考 文 献

- [1] WALLE C M, HACHICH W. Rain-induced lands-lides in south eastern Brazil[C]//Proceedings of the 12th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Rio de Janeiro: [s. n.], 1989, 3: 1639—1642.
- [2] VANAPALLI S K, FREDLUND D G, PUFAHL D E, et al. Model for the prediction of shear strength with respect to soil suction[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1996, 33: 379—92.
- [3] KHALILI N, KHABBAZ M H. A unique relationship for χ for the determination of the shear strength of unsaturated soils[J]. *Geotechnique*, 1998, 48(5): 681—687.
- [4] RASSAM D W, WILLIAMS D J. Shear strength of unsaturated gold tailings[C]//Proceedings of the First Australia New Zealand Conference on Environmental Geotechnics. Rotterdam: Balkema A A, 1997: 469—474.
- [5] ESCARIO V, JUCA J. Strength and deformation of partly saturated soils[C]//Proceedings of the 12th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Rio De Janeiro: [s. n.], 1989, 11: 43—46.
- [6] MIAO L, LIU S, LAI Y. Research of soil-water characteristics and shear strength features of nanyang expansive soil[J]. *Engineering Geology*, 2002, 65: 261—267.
- [7] TEKINSOY M A, KAYADELEN C, KESKIN M S, et al. An equation for predicting shear strength envelope with respect to matric suction[J]. *Computers and Geotechnics*, 2004, 31: 589—593.
- [8] 沈珠江. 当前非饱和土力学研究的若干问题[C]//区域性土的岩土工程问题学术讨论会论文集. 南京: 原子能出版社, 1996: 1—9.

- [9] BISHOP A W. The principle of effective stress[J]. **Tecknisch Ukebland**, 1959, 106(39): 859—863.
- [10] FREDLUND D G, MORGENSTERN N R, WIDGER R S. The shear strength of unsaturated soils[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1978, 15(3): 313—321.
- [11] GULHATI S K, SATIJA B S. Shear strength of partially saturated soils[C]//Tenth international Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering: Stockholm: [s. n.], 1981, 1(1): 609—612.
- [12] ESCARIO V, SAEZ J. The strength of partly saturated soils[J]. **Geotechnique**, 1986, 36(3): 453—456.
- [13] GAN J K M, FREDLUND D G. Shear strength characteristics of twosaprolitic soils[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1996, 33: 595—609.
- [14] FREDLUND D G, XING A, FREDLUND M D, et al. The relationship of the unsaturated soil shear strength to the soil-water characteristic curve[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1996, 32: 440—448.
- [15] OLOO S Y, FREDLUND D G. A method for determination of α for statically compacted soils[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1996, 33: 272—280.
- [16] KARUBE D. New concept of effective stress in unsaturated soil and its proving test[C]//Advanced Triaxial Testing of Soil and Rock, American Society for Testing and Materials. Philadelphia: Special Technical Publicatin, 1988: 539—552.
- [17] KAYADELEN C, TEKINSOY M A, TASKIRAN T. Influence of matric suction on shear strength behavior of a residual clayey soil[J]. **Engineering Geology**, 2007, 53: 891—901.